¿Apagar y encender la calefacción o dejarla a una temperatura constante?

2 de diciembre de 2013

1. Introducción

Estoy un poco harto de la falta de nociones básicas de física, o simple sentido común, de la gente que se hace esta pregunta. Incluso los hay que defienden la posibilidad de que se gaste menos energía si mantenemos la temperatura de casa alta, que si apagamos la calefacción cuando no la necesitamos, y luego la encendemos de nuevo cuando la necesitemos. Aparentemente de algún modo el “gasto extra” de calentar la casa es “mayor” que el de simplemente mantenerla caliente.

En fin, que me propongo demostrar matematicamente la necedad de este argumento, sin perjuicio de otras miles de demostraciones (similares o no) que haya por ahí.

2. Definición del problema

Vamos a proponer las siguientes convenciones:

- La temperatura de la casa es homogénea, T.
- La temperatura caliente deseada es T_{hot}
- La temperatura exterior es T_{cold}, siempre constante
- El experimento comienza en un instante t_0, con el piso a $T = T_{hot}$
- En el caso de apagado/encendido:
  - En t_0 apagamos la calefacción
  - Dejamos enfriar hasta un instante t_1, momento en el cual T habrá bajado hasta un valor que llamaremos T_1
  - En t_1 encendemos la calefacción, produciendo tanto calor en cada instante como para que la temperatura aumente linealmente hasta alcanzar T_{hot} en un instante t_2
- En el caso de T constante, mantenemos la calefacción encendida entre t_0 y t_2, produciendo tanto calor como sea necesario para mantener la temperatura en T_{hot}.

El objetivo, por tanto, consistirá en calcular cuánto calor total habrá producido el sistema calefactor entre t_0 y t_2, en cada uno de los dos casos. Para ello propondremos la Ecuación 1:

$$dQ = \alpha(T - T_{cold})dt + qdT \tag{1}$$

En la Ecuación 1 hacemos un balance del calor aportado al sistema (Q). Este aporte será la suma del calor perdido por el piso hacia el exterior (primer término) y el empleado en elevar la temperatura del mismo (segundo término).

El calor perdido por el piso hacia el exterior será proporcional a la diferencia de temperatura entre el piso y el exterior (T - T_{cold}), una constante de transferencia de calor (α) que será menor cuanto mejor aislado esté el piso, y el intervalo de tiempo (dt).

A su vez, el calor empleado en subir la temperatura será proporcional al incremento de temperatura logrado (dT) y a una capacidad calorífica (q), que denota el calor necesario para elevar T en una unidad.

3. Escenario de temperatura constante

En el caso en el que mantengamos la temperatura constante en $T = T_{hot}$, la Ecuación 1 puede simplificarse a la Ecuación 2:

$$dQ = \alpha(T_{hot} - T_{cold})dt \tag{2}$$

que se resuelve trivialmente a la Ecuación 3:

$$Q_{cte} = \alpha(T_{hot} - T_{cold})(t_2 - t_0) \tag{3}$$

4. Escenario de apagado/encendido

Separaremos este escenario en dos etapas: en la primera apagaremos la calefacción y dejaremos caer la temperatura. En el segundo, encenderemos la calefacción para alcanzar la temperatura T_{hot} al finalizar el escenario (t_2).

4.1. Calefacción apagada

En esta primera etapa el gasto energético será cero. Nuesto objetivo será el de calcular a qué temperatura T_1 habremos llegado en el intervalo de t_0 a t_1. Para ello usaremos la Ecuación 1, para $dQ = 0$, que reordenando queda en la Ecuación 4:

$$q\frac{dT}{dt} + \alpha T - \alpha T_{cold} = 0 \tag{4}$$

La Ecuación 4 es una ecuación diferencial no-homogénea de primer orden. La solución, tras unos pocos pasos de álgebra es la mostrada en la Ecuación 5:

$$T = T_{cold} + (T_{hot} - T_{cold})e^{-\alpha t/q} \tag{5}$$

4.2. Encendido de calefacción

En el tramo anterior, de t_0 a t_1, la temperatura habrá descendido, como hemos visto, hasta T_1. En t_1 encenderemos la calefacción, de manera que la temperatura irá subiendo hasta alcanzar T_{hot} en el instante t_2. Por simplificar las ecuaciones, propondremos que el aporte de calor en cada instante será el necesario para que la temperatura varíe linealmente entre t_1 y t_2. Por ello, la dependencia de T respecto a t vendrá dictada por la Ecuación 6:

$$T = T_1 + \frac{T_{hot} - T_1}{t_2 - t_1}(t - t_1) \tag{6}$$

Con la variación de temperatura fijada, calcularemos el calor total aportado por la calefacción durante todo el proceso. Para ello desarrollaremos la Ecuación 1 de manera que logremos la Ecuación 9:

$$\begin{aligned}
dQ &= \left(\alpha(T - T_{cold}) + q\frac{dT}{dt}\right)dt && (7)\\
Q_{on/off} &= \alpha\int_{t_1}^{t_2} T dt - \alpha T_{cold}(t_2 - t_1) + q\int_{t_1}^{t_2}\frac{dT}{dt}dt && (8)\\
Q_{on/off} &= \alpha I_1 - \alpha T_{cold}(t_2 - t_1) + qI_2 && (9)
\end{aligned}$$

Desarrollando la integral I_1 de la Ecuación 9, tenemos la Ecuación 14:

$$I_1 = \int_{t_1}^{t_2} T dt \tag{10}$$
$$I_1 = \int_{t_1}^{t_2} \left(T_1 + \frac{T_{hot} - T_1}{t_2 - t_1}(t - t_1)\right) dt \tag{11}$$
$$I_1 = T_1(t_2 - t_1) + \frac{T_{hot} - T_1}{t_2 - t_1}\frac{(t_2 - t_1)^2}{2} \tag{12}$$
$$I_1 = T_1(t_2 - t_1) + (T_{hot} - T_1)\frac{t_2 - t_1}{2} \tag{13}$$
$$I_1 = \frac{t_2 - t_1}{2}(T_{hot} + T_1) \tag{14}$$

Igualmente desarrollamos la integral I_2, para lograr la Ecuación 17:

$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dT}{dt} dt \tag{15}$$
$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} \frac{T_{hot} - T_1}{t_2 - t_1} dt \tag{16}$$
$$I_2 = T_{hot} - T_1 \tag{17}$$

Substituyendo las Ecuaciones 14 y 17 en la Ecuación 9, obtendremos la Ecuación 19, y con ella la expresión para $Q_{on/onf}$, el calor consumido en el segundo escenario propuesto.

$$Q_{on/off} = \alpha\frac{t_2 - t_1}{2}(T_{hot} + T_1) - \alpha T_{cold}(t_2 - t_1) + q(T_{hot} - T_1) \tag{18}$$
$$Q_{on/off} = \alpha\frac{t_2 - t_1}{2}\left(T_{hot} + T_1 - 2T_{cold}\right) + q(T_{hot} - T_1) \tag{19}$$

5. Ejemplos

Para ilustrar la diferencia entre ambos escenarios presentaré una lista de ejemplos en los que variaré uno de los parámetros que definen el gasto de calor en ambos escenarios. Veremos que en todo caso, sin excepción, el primer escenario (mantener la temperatura constante) supone un mayor gasto de calor, y daremos una pequeña explición de por qué.

En todos los ejemplos se han usado los siguientes parámetros por defecto, variando en cada uno uno de ellos. Las unidades son arbitrarias:

- $T_{hot} = 22$
- $T_{cold} = 15$
- $t_1 = 10$
- $t_2 = 15$
- $\alpha = 1.0$
- $q = 5.0$

5.1. Aislamiento térmico

En este ejemplo variaremos el coeficiente de transmisión de calor (α). En el primer escenario, cuanto mayor coeficiente de transmisisón (peor aislamiento), mayor será el aporte de calor que haya que hacer para mantener T_{hot}. En el segundo escenario, cuanto mayor α más rápidamente se enfriará el piso en el tramo de calefacción apagada, y también mayor pérdida de calor habrá en el tramo de calefacción encendida. La dependencia del calor total aportado al piso (Q) en ambos escenarios, como función de α se muestra en la Figura 1.

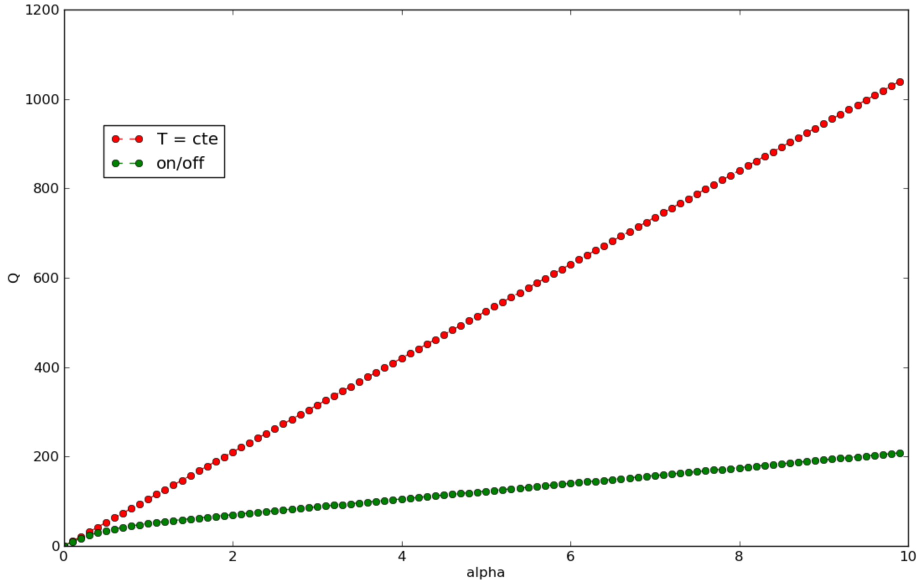

Figura 1: Dependencia de Q con α.

Como vemos en la Figura 1, a peor aislamiento (mayor α), mayor gasto de calor en ambos casos, pero siempre más en el primer escenario, y además la diferencia entre ambos casos crece con α. La única manera de que el escenario 2 consumiese tanto calor como el 1 sería si $\alpha = 0$, es decir, el hipotético caso en el que el aislamiento fuese perfecto (en ese caso ambos escenarios consumirían cero energía, la temperatura se mantendría sola).

5.2. Capacidad calorífica

En este ejemplo variaremos la capacidad calorífica del piso (q), que es una medida de cuánto aporte calórico hace falta para subir la temperatura un grado. A mayor q, mayor cantidad de calor hace falta para calentar un piso frío. Parecería que este factor es el que principalmente hace que a los ingenuos les parezca que el escenario 1 (temperatura constante) "podría" ser un ahorro energético. Veamos, en la Figura 2, como no es así.

Como vemos en la Figura 2, el aporte calórico del escenario 1 no varía con q (lógicamente), pero el del escenario 2 sí, y de hecho aumenta con él. Lo que ocurre es que este aumento es asintótico, acercándose al valor del escenario 1 según aumenta q, pero siempre por debajo, y sin alcanzarlo. La explicación es sencilla: cuando aumentamos q hacemos que al piso le cueste más calentarse una vez enfriado, pero también hacemos que le cueste más enfriarse cuando la calefacción está apagada. En un caso extremo de q, en la segunda etapa haría falta mucho calor para recuperar un grado, pero en la primera etapa apenas se habría perdido un grado. La única manera de perder mucho calor durante la primera etapa del escenario 2 sería dejando mucho tiempo la calefacción apagada, pero entonces el gasto del escenario 1 durante ese tiempo largo sería también mayor.

5.3. Tiempo de calefacción apagada

En este ejemplo para el escenario 2 apagaremos la calefacción durante un tiempo variable (t_1), y luego recuperaremos la temperatura T_{hot} durante un tiempo fijo (de t_1 a t_2).

Como podemos ver en la Figura 3, a mayor tiempo total (puesto que aumentamos t_1, y luego el intervalo hasta t_2 es constante), mayor gasto de energía en el escenario 1. Por otro lado, en el escenario 2, a mayor tiempo con la calefacción apagada, menor gasto de energía, incluso aunque luego haya que recuperar esa temperatura perdida.

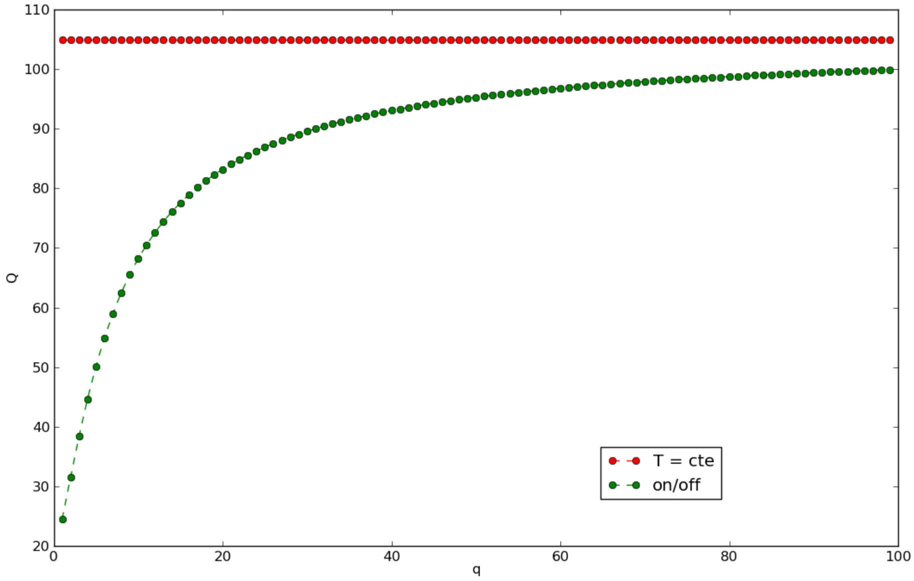

Figura 2: Dependencia de Q con q.

5.4. Tiempo de calefacción encendida

En este ejemplo dejaremos (en el escenario 2) la calefacción encendida durante un tiempo fijo (t_1), e iremos variando el t_2, para variar el tiempo durante el cual recuperamos la temperatura perdida (t_2 - t_1).

Como vemos en la Figura 4, a mayor tiempo de calefacción encendida, mayor gasto de calor en ambos escenarios, como es lógico. Pero de todos modos, el incremento de calor requerido en función de t_2 es mayor en el caso del escenario 1 que en el 2, de manera que este nunca alcanzará a aquel.

5.5. Temperatura cálida

Más que de las temperaturas fría (exterior, T_{cold}) y cálida (deseable en el piso, T_{hot}), el aporte calórico depende realmente de la diferencia entre ambas. Por ello mantendremos T_{cold} constante, y variaremos T_{hot} como indicador de la diferencia térmica casa/calle.

Como vemos en la Figura 5, a mayor temperatura cálida, mayor aporte calórico es necesario para mantener la temperatura del piso en el escenario 1. Por otro lado, también aumenta el aporte calórico en el escenario 2, pero vemos que no al mismo ritmo. Es decir, siempre estará por debajo del escenario 1.

Al disminuir la temperatura cálida, la diferencia entre ambos escenarios disminuye, pero el consumo del escenario 2 sólo alcanza al del escenario 1 en el caso extremo de que la temperatura cálida deseada dentro del piso fuera la misma de la calle, en cuyo caso ambos consumos son cero, porque la temperatura del piso se mantendría sola.

6. Conclusiones

Como vemos, no existe posibilidad alguna de que el consumo de energía apagando la calefacción cuando no se necesita y encendiéndola cuando necesitesitemos sea mayor que manteniendo siempre una temperatura constante. El consumo necesario para mantener todo el tiempo la temperatura constante es, por fuerza, **mayor siempre**.

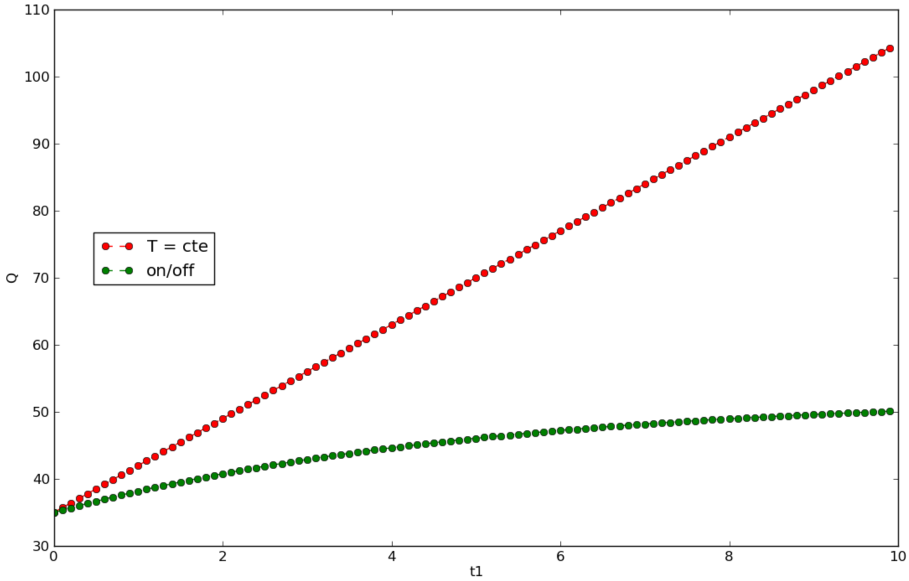

Figura 3: Dependencia de Q con t_1.

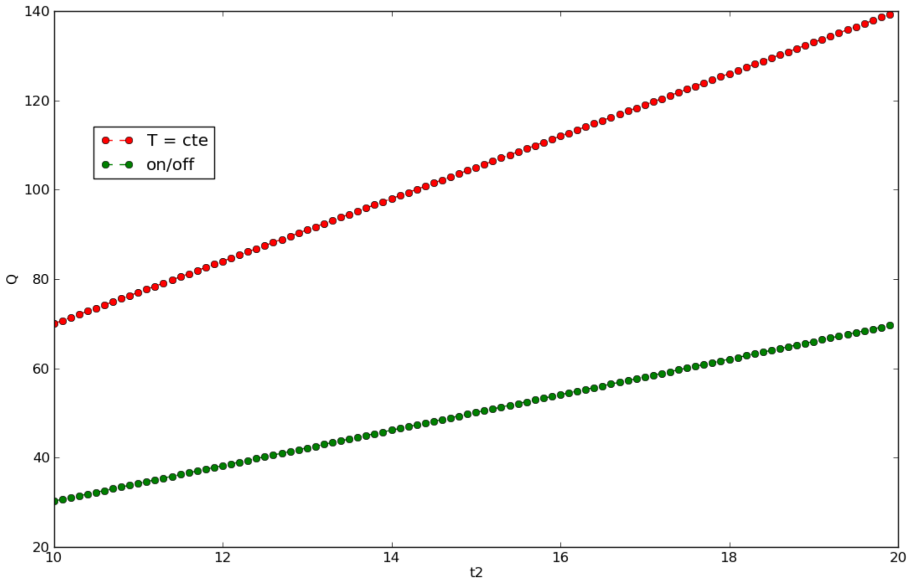

Figura 4: Dependencia de Q con t_2.

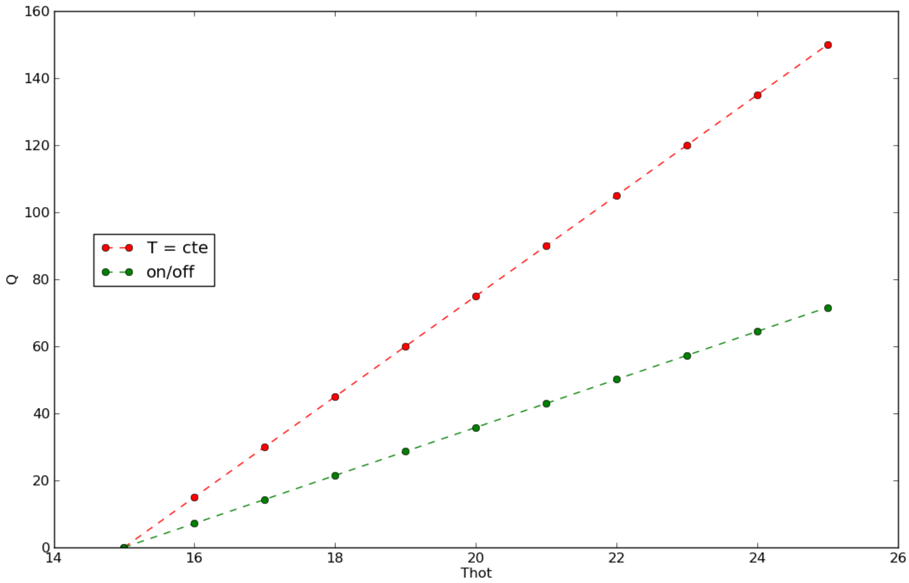

Figura 5: Dependencia de Q con T_{hot}.